



Stage 3 ★ Mixed Selection 1 - Solutions

1. Sommes de figures

De la première équation, on sait que $\square = 2\Delta$.

Ensuite, $\bigcirc = \square + \Delta = 2\Delta + \Delta = 3\Delta$.

Ensuite, $\lozenge = \bigcirc + \square + \Delta = 3\Delta + 2\Delta + \Delta = 6\Delta$.

Donc, \lozenge vaut 6Δ .

2. L'âge de Granny

Soit x mon âge aujourd'hui. Donc l'âge de Granny est $4x$.

Il y a 5 ans, j'avais $x - 5$ ans, et Granny avait $4x - 5$ ans. A ce moment-là, elle avait 5 fois mon âge.

Donc : $4x - 5 = 5(x - 5)$ ce qui donne $x = 20$.

Donc Granny a 80 ans et moi j'ai 20 ans, et ainsi la somme de nos âges aujourd'hui est de 100 ans.

3. Magie partielle

Les nombres dans la diagonale font un total de 58, ce qui est donc la somme de chaque rangée et de chaque colonne. On peut ainsi calculer que le nombre à gauche du 10 doit être 20, et que celui en-dessous doit être 7. Ainsi, $x = 21$.

4. Cinquante pièces

Soit x le nombre de pièces de 5-cents. Ainsi, le nombre de pièces de 2-cents est $50 - x$. Alors $5x + 2(50 - x) = 181$, ce qui donne $3x = 81$ donc $x = 27$.

Donc il y a 27 pièces de 5-cents et 23 pièces de 2-cents, faisant ainsi qu'il y a 4 pièces de 5-cents de plus que de pièces de 2-cents.

5. Echange de monnaie

Au total, Anne et Daniel ont $\€1.80 + \€4.00 = \€5.80$, donc à la fin ils devraient avoir $\€2.90$ chacun. Ainsi, Daniel devrait recevoir au moins 3 pièces de 50-cents d'Anne pour avoir assez d'argent. Ainsi, Anne a $\€2.50$, donc elle devrait recevoir au moins 2 pièces de 20-cents de Daniel pour qu'ils aient $\€2.90$ chacun. Donc, au moins 5 pièces doivent être échangées.

Autrement, supposons que Daniel donne à Anne x pièces de 20-cents, et que Anne donne à Daniel y pièces de 50-cents. Alors Daniel a $\€(1.8 - 0.2x + 0.5y)$ et Anne a $\€(4.00 - 0.5y + 0.2x)$.

These problems are adapted from UKMT (ukmt.org.uk) and SEAMC (seamc.asia) problems.



Il faut que $\epsilon(1.8 - 0.2x + 0.5y) = \epsilon(4.0 - 0.5y + 0.2x)$, ce qui revient au même que de résoudre $1.8 - 0.2x + 0.5y = 4 - 0.5y + 0.2x$, ce qui est pareil que $10y - 4x = 22 \Rightarrow 5y - 2x = 11$. La solution de cette équation qui minimise $x + y$ est $x = 2, y = 3$, donc le plus petit nombre de pièces qui doivent être échangées est 5.

6. Voisins moyens

On sait que :

$$A = \frac{B+31+64+2}{4} = \frac{B+115}{4} \text{ et } B = \frac{A+18+54+3}{4} = \frac{A+110}{4}$$

Donc $4A = B + 115$

$$\Rightarrow 4A = \frac{A+110}{4} + 115$$

$$\Rightarrow 16A = A + 110 + 460 = A + 570$$

$$\Rightarrow 15A = 570$$

$$\Rightarrow A = \frac{570}{15} = 38$$